

## Meaning of the Primary and Secondary School Students towards Equal Sign \*

Demet Baran Bulut<sup>1\*\*</sup>, Berna Aygün<sup>2</sup>, Ali Sabri İpek<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Recep Tayyip Erdoğan University, Faculty of Education, Rize, Turkey

<sup>2</sup>Suleyman Demirel University, Faculty of Education, Isparta, Turkey

### Keywords

Equal sign, operational meaning, relational meaning, representations



### Article History

Received  
24.11.2017  
Accepted  
04.06.2018  
Published  
30.06.2018

### Abstract

The aim of the present study is to enable primary and secondary students (in grades 3, 4 and 5) how to understand the equal sign. The participants of the study were comprised of a total of 245 students selected from two different cities in the East Black Sea region in Turkey. Of the 245 students, who were selected on a voluntary basis, 78, 72, and 95 students were from grades 3, 4 and 5, respectively. The 17-item data collection tool employed in the study was designed by the researchers by making use of the tests developed by Saenz-Ludlow and Walgamuth (1998), Witherspoon (1999), Knuth et al. (2005). The study employed a qualitative research design in which data analysis was based on the method of content analysis in which frequency and percentage analysis techniques were utilized. The findings indicated that students focused more on the operational meaning of the equal sign rather than its relational meaning. Furthermore, it has been found that students are more successful in symbolic representation than other representations. In addition, it was found that students had misconceptions regarding the equal sign. Thus, it is believed that by establishing learning environments in which the equal sign can be used to solve equations presented in problems and multiple representations, the misconceptions that students possess can be minimized

\* This study was presented at the XI. National Classroom Teaching Education Symposium (USOS), 24-26 May 2012, Rize, Turkey.

\*\* Correspondence to Demet BARAN BULUT,  Recep Tayyip Erdoğan University, Rize, Turkey,  Email: [demet.baran@erdogan.edu.tr](mailto:demet.baran@erdogan.edu.tr)

## İlk ve Ortaokul Düzeyindeki Öğrencilerin Eşit İşaretine Yönelik Anlamaları

Demet Baran Bulut<sup>1\*\*</sup>, Berna Aygün<sup>1</sup>, Ali Sabri İpek<sup>1</sup>  
<sup>1</sup> Recep Tayyip Erdoğan University, Faculty of Education, Rize, Turkey

### Anahtar Kelimeler

Eşit işareti, işlemsel anlam, ilişkisel anlam, çoklu temsiller

### Makale Tarihiçesi

Alındı  
24.11.2017  
Kabul Edildi  
04.06.2018  
Basıldı  
30.06.2018

### Özet

İlk ve ortaokul (3, 4, 5. Sınıf) düzeyindeki öğrencilerinin eşit işaretine yönelik anlamalarını belirlemeyi amaçlayan bu çalışmanın katılımcılarını, Doğu Karadeniz bölgesinin farklı iki ilinden seçilen üç okuldaki toplam 245 öğrenci oluşturmaktadır. Gönüllülük esaslı göz önünde bulundurularak seçilen öğrencilerin 78'i 3. sınıf, 72'si 4. sınıf ve 95'i de 5. sınıfta öğrenim görmektedir. Toplam 17 sorudan ibaret olan çalışmanın veri toplama aracı, Knuth vd.(2005), Witherspoon (1999), Saenz-Ludlow & Walgamuth (1998) tarafından geliştirilmiş testlerden de yararlanılarak araştırmacılar tarafından oluşturulmuştur. Bu çalışma nitel bir çalışma olup, verilerin çözümlenmesinde içerik analizi türünden frekans ve yüzde analizi tekniği kullanılmıştır. Elde edilen bulgulara göre öğrenciler, eşit işaretinin ilişkisel anlamından ziyade işlemsel anlamına vurgu yapmaktadırlar. Bununla birlikte öğrencilerin diğer temsillere göre özellikle sembolik temsil türünde daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Aynı zamanda öğrencilerin eşit işaretine yönelik kavram yanlışlarına sahip oldukları da tespit edilmiştir. Bu bağlamda, çoklu temsil gibi farklı içerik durumlarında sunulan denklemlerin çözümlerinde eşit işareti kullanımına yönelik öğrenme ortamları oluşturulmasıyla, öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışlarının azaltılabileceği düşünülmektedir.

### Giriş

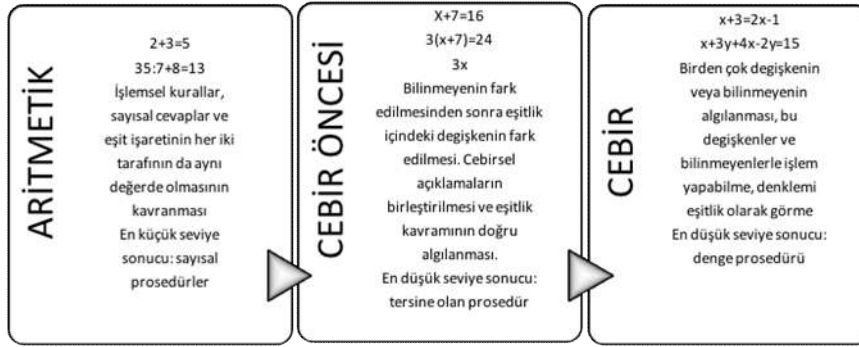
Sayılar ve işlemlerle güçlü bağlantıları dolayısıyla cebir matematik eğitiminde önemli bir eşik noktasıdır. Amerika'nın Ulusal Matematik Öğretmenler Birliği'ne (National Council of Teacher of Mathematics) (NCTM, 2000) göre, cebir konusu fonksiyonu da içerecek şekilde nicelikler arasındaki ilişkileri, matematiksel ilişkilerin gösterim şekillerini ve değişimin analizini vurgulamaktadır. Usiskin (1998)'e göre ise cebir (i) genellenmiş aritmetik, (ii) belirli problemlerin çözümünde izlenen prosedür (yollar), (iii) nicelikler arası ilişki ve (iv) yapıları işleyen alan olarak tanımlanabilir. Genellenmiş aritmetik süreci aslında aritmetikten cebire geçiş sürecini içeren bir yapı olarak düşünülebilir. Aritmetikten cebire geçişte cebirsel düşünmeye büyük katkısı olan sembollerin kullanımı bu geçiş süreci için temel becerilerden biridir (Arzarello vd., 1993; Van Amerom, 2002) Ayrıca öğrencilerin sembolleri yerinde kullanmayı öğrenmesi genellemeleri yapma, cebirsel yapıları açığa çıkartma, ilişkileri oluşturma ve matematiksel durumları formüle etme açısından çok önemlidir (Driscoll, 1999). Cebirde en yoğun şekilde kullanılan sembollerden biri eşit işaretidir. Eşit işareti, ilk olarak 1557 yılında Recorde'un "The Whetstone of Witte" kitabında kullanılmış (Cajori, 1993) ve Leibnitz'in denklem hesaplamaları için bu notasyonu kullanmasıyla birlikte evrensel olarak kabul görmüştür (Stalling, 2000). "Eşit işareti" özellikle aritmetikten cebire geçiş sürecinde öğrencilerin zorluk yaşadıkları bir kavramdır. Çünkü eşittir işareti aritmetik ve cebirde farklı anlamlara ve rollere

sahiptir. Öğrenciler, ilk olarak aritmetikte eşit işareti ile karşılaşmakta ve bu işareti sayısal ifadelerde kullanmaktadırlar. Bu durum eşit işaretinin işlemsel anlamını ifade etmektedir. Bunun yanı sıra eşit işaretinin işlemsel anlamından ilişkisel anlamına geçiş hem aritmetikten cebire geçişte hem de cebirsel denklemlerle ilgili çalışmalarda önemli olmakla birlikte eşittir işareti eşitlik ilişkisini muhafaza ederek bir denklemin çözümünde yapılan dönüşümleri anlama içinde gereklidir (Kieran, 1992; Alibali vd., 2007; Knuth vd., 2006; Knuth vd., 2008). Eşit işareti ile ilgili çalışmalarda (Kieran, 1981; Carpenter vd., 2003; Molina ve Ambrose, 2008) öğrencilerin, eşit işaretini kullanırken “bir şeyi yapma” anlamına daha fazla eğilim göstermekte olduklarını belirtilmektedir. Bu işlemsel temelli anlayış, öğrencilerin sahip oldukları sembol öncesi aritmetik bilgilerinin bazı bilişsel sınırlılıkların da etkisiyle geliştirememelerinden kaynaklanmaktadır. Nitekim Behr vd. (1980), Hersovics ve Linchevski (1994) ve Linchevski (1995) ise eşittir işareti için anlam geliştirme aşamasında bilişsel bir boşluğun oluştuğuna vurgu yapmışlardır. Nitekim NCTM (2000) ilköğretim seviyesi için konulan cebirsel içeriğin bir parçası olarak eşitlik düşüncesinin gelişiminin desteklenmesini ve eşit işaretinin bir işlem sembolü olarak anlaşılmasının giderilmesini önermektedir. Bu nedenle aritmetikten cebire geçiş sürecinde öğrencilerin eşittir işareti ile anlamalarında var olan değişimleri ortaya koymak önemlidir.

Bu bağlamda Carpenter ve Levi (2000), ortaokul düzeyinde birçok öğrencinin eşit işareti ile ilgili oldukça sınırlı bir bakış açısına sahip olduklarını dile getirmektedirler. Verschaffel ve De Corte (1996) aritmetikteki önceki deneyimlerinin de etkisiyle birçok öğrencinin sınırlı bir kavrayışla eşit işaretinin anlamını “eder” olarak düşündüklerini ifade etmektedirler. Bu anlama göre eşit işareti yalnızca bir işlem sembolü olarak ele alınmaktadır. Bununla birlikte eşit işareti, ilişkisel olarak değerlendirildiğinde ise öğrenciler ilişkisel düşünmeyi işe koşarak bir denklemde sadece hesaplamalar yapmak yerine sayılar arasındaki ilişkiye de odaklanarak problemi çözebilirler (Carpenter vd., 2003). Başka bir ifadeyle, eşit işaretinin ilişkisel anlamı işaretin her iki tarafının da birbirine eşit olmasıdır. Cooper ve Baturu (1992), eşit işareti ile ilgili sınırlı anlamların, bu işaretin sahip olduğu iki farklı anlamın yeterince anlaşılmasından kaynaklandığını ileri sürmekte ve eşit işaretin sahip olduğu bu iki anlamın aşağıdaki şekilde ifade etmenin mümkün olduğunu ifade etmektedirler:

- Sabit/ ilişkisel anlam; ölçümsel işaret olarak kabul edilen durumları içerir. Örneğin; 2+3 toplamı 5 ağırlığına eşittir,
- Dinamik/ işlemsel anlam; değişim işareti olarak kabul edilen durumları içerir. Örneğin; 2 sayısı, üzerine 3 eklenerek 5 olarak değişir.

Eşit işaretinin işlemsel anlamından öte ilişkisel anlamını da kavrayabilmek için aritmetiksel düşünmeden cebirsel düşünmeye geçişin sağlanmış olması gerekmektedir. Bu bağlamda bu geçişi ve gelişim basamaklarını Boulton vd. (1998), Şekil 1’de verilen şemadaki gibi modellemiştir.



Şekil 1. Cebirsel bilişin ardışık gelişim modeli (Boulton vd., 1998)

Şekil 1'e göre tasarlanan gelişim modelinde öğrencilerde cebirsel düşünmenin ardışık olarak gelişmekte olduğu görülmektedir. İlk olarak aritmetik basamağında öğrencilerin eşit işaretine verdikleri anlamın sayısal işlemlerle sınırlı kaldığı görülmektedir. Bu basamakta eşit işareti eşitliğin her iki tarafındaki değerlerin aynı olması anlamına gelmektedir. Bu sebeple de aritmetik sürecindeki bir öğrencinin eşit işaretine sadece işlemsel anlam yüklediği belirlenmiştir. Cebir öncesi basamağında öğrenci, artık eşit işaretinin sadece sayısal işlemlerde değil değişken içeren durumlarda da kullanılması gerektiği algısına ulaşmaktadır. Bu durum öğrencilerde eşitlik içindeki değişkenin farkına varılması ve eşitlik kavramının doğru algılanması ile sonuçlanan bir sürecin göstergesidir. Son olarak cebir basamağında birden çok değişkenin algılanması, bu değişken ve bilinmeyenlerle işlem yapabilmek ve artık eşit işaretini bir denge unsuru olarak görebilmek durumları gözlemlenmektedir. Bu süreç aslında öğrencilerde eşitliğin her iki tarafında ilişkisel bir durumun varlığını ortaya koymaktadır. Ve bu süreci tamamlayan öğrencilerin eşit işaretine ilişkisel anlamı yüklemeleri beklenmektedir. Bu modele göre eğer bir basamaktaki gelişim yeterli düzeyde olmazsa diğer basamağa tam anlamıyla geçişin sağlanamayacağı düşünülmektedir. Ardışık 3 basamakta da eşit işaretinin önemi büyüktür, çünkü öğrenci cebiri öğrenmeye başladığında eşit işaretinin ilişkisel anlamını kullanmak zorundadır. Eşit işaretinin ilişkisel anlamda oluşturamayan öğrenciler cebirsel bilişin aritmetik basamağında eşit işaretini sadece işlemin sonucu olarak görmekte, benzer şekilde cebir öncesi basamağında eşit işaretini kavrayamayan öğrenci, bilinmeyen içeren ifadeleri çözümlerken tersine işlem yapmaktadır (Yavuz, 2010). Bu bağlamda eşit işaretinin farklı anlamlarını kavrayabilme matematiksel yeterlilik için temel bir gereksinim olarak ele alınmaktadır. Bu nedenle eşit işaretindeki oluşabilecek anlama eksiklikleri, matematiksel çalışmalarda kavramsal problemleri ortaya çıkarabilir (Kieran, 1981).

İlkokul ve ortaokul matematik öğretim programları, cebir öğrenme alanıyla ilgili konuların önemli bir bileşeni olarak eşitlik düşüncesinin gelişiminin desteklenmesini ve eşit işaretinin yalnızca bir işlem sembolü olarak anlaşılmasını önermektedirler (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013; 2015; NCTM, 2000). Buna rağmen, okul matematiğinde eşit işareti daha çok toplama, çıkarma, çarpma, bölme gibi işlemlerin sonuçlarını veren bir işaret olarak ele alınmaktadır. Bu da öğrencilerin eşit işaretinin anlamını yani eşitlik kavramını oluşturmalarını zorlaştırabilmektedir. Yaman vd. (2003) eşit işaretinin ne anlama geldiğinin ifade edilmesinin de birçok öğrenci için, bu işaretin kullanımını tam olarak anlamada yeterli olmayabileceğine vurgu yapmaktadırlar. Behr vd. (1980), ilköğretim çağındaki çocuklarda genel olarak eşit işaretinin işlemin sonucunu bulmak olarak algıladıklarını dile getirmektedirler.

Eşit işareti kavramsal bir bakış açısıyla bakılması öğrenciler için bu konunun anlam kazanması bakımından önemlidir. Eşit işareti anlama konusunda, başlangıçta öğrenciler bu işareti işlemsel sembol olarak değerlendirirler de eğer öğrenme/öğretme ortamı bu sembolü farklı yapılar içinde ele alacak ve ilişkisel anlamayı destekleyecek nitelikte düzenlenirse öğrenci anlayışlarının gelişebildiği gözlemlenmiştir (Molina ve Ambrose, 2008). Öğrencilerin kavramsal anlamasına destek sağlayacak yaklaşımlardan biri de matematikte çoklu temsil kullanımınıdır. Çoklu temsil kullanımı özellikle öğrencilerin daha derin ve esnek bir anlayış geliştirme süreçlerinde öne çıkmaktadır. İlk ve ortaokul matematik dersi öğretim programında ilişkilendirme, kazandırılması hedeflenen matematiksel süreç becerilerden biri olarak belirlenmiştir. Kavramların yatay ve dikey bağlantılarıyla ifade edilen ilişkilendirme becerisinin gelişimi için, matematiksel kavram ve kuralların şekil, semboller, denklem veya gerçek yaşam durumları gibi farklı temsil biçimleriyle gösterimine vurgu yapılmaktadır (MEB, 2013). Bu bağlamda, çoklu temsil biçimlerinde verilen eşit işareti tanıma ve anlamlandırmaya yönelik çalışmaların, öğrencilerin eşit işaretiyle ilgili anlama düzeylerini genişletmelerine katkı sağlayabileceği ön görülmektedir. Genelde matematiksel kavramları özelde eşitlik konusunu anlamada oldukça önemli bir yere ve işleve sahip olan temsillerle ilgili literatürde iç ve dış temsiller şeklinde iki temel sınıflandırma söz konusudur. Goldin ve Janvier (1998) iç temsilleri bireyin zihinsel yapılarıyla ifade ederken dış temsilleri ise grafik, diyagram, tablo gibi somut yapılar olarak tanımlamışlardır. Temsilleri öğrencilerin zihinsel (içsel) olarak kavramsallaştırdıklarının dışsal olarak aktarımında kullanılacak muhtemel somut yapılar olarak ele alan Lesh vd. (1987), geliştirdikleri sınıflandırmada, durağan resimler, konuşma dili, somut materyaller, yazılı semboller ve gerçek yaşam durumları şeklindeki dış temsillere yer vermektedirler. Temsillerle ilgili farklı sınıflamalardan birinin sahibi olan Janvier (1987)'e göre ise dış temsiller tablo, grafik, semboller, sözel tanımlamalar ve nesne olmak üzere somut yapılara karşılık gelmektedir. Bu çalışma kapsamında okul matematiğinde eşit işareti en yoğun olarak kullanılabilen durumlar göz önünde bulundurularak dış temsiller sembolik, sözel ifade ve görsel ve gerçek yaşam durumları olmak üzere dört kategoride ele alınmıştır. Bu bağlamda sembolik temsil matematiksel sembol veya denklemi kapsarken sözel ifade bu sembolün günlük konuşma dilindeki kullanımına karşılık gelmektedir. Bununla birlikte görsel temsil ilgili kavramla ilgili bir resim veya çizim olarak ele alınırken gerçek yaşam durumları bu kavramın gündelik yaşam içerisindeki örnek kullanımları olarak değerlendirilmiştir.

Aritmetikten cebire geçiş sürecinde 3, 4 ve 5. sınıflar kritik dönemlere karşılık gelmektedir. Eşit işaretiyle ilgili daha derin ve esnek bir anlamaya sahip olabilmeleri için bu düzeydeki öğrencilerin bu kavramın işlemsel anlamından hareketle ilişkisel anlamına sahip olup olmadıkları ve aynı zamanda çoklu temsil sistemleri içerisinde verilen “=” işareti tanımlarının da irdelenmesi gerekmektedir. Bu bağlamda çalışma kapsamında 3, 4 ve 5. sınıf öğrencilerinin eşit işaretiye yönelik anlamalarının işlemsel/ilişkisel ve çoklu temsiller bağlamında belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda 3, 4, ve 5. öğrencilerinin eşit işareti işlemsel ve ilişkisel anlamlarını ve denklem çözümlerinde eşit işaretiye yönelik anlamaları çoklu temsiller bağlamında incelenmiştir. Araştırmanın problemi, “ilk ve ortaokul düzeyindeki (3., 4. ve 5. Sınıf) öğrencilerin eşit işaretiye yönelik anlamaları nelerdir?” şeklinde belirlenmiştir. Bu problem doğrultusunda aşağıdaki şekilde belirlenen alt problemler irdelenmiştir:

1. Öğrencilerin (3-5.sınıflar) eşit işareti işlemsel ve ilişkisel anlamaları ile ilgili sahip oldukları bilgileri nelerdir?
2. Çoklu temsillerle sunulan ifadelerde öğrencilerin eşit işaretiye yönelik anlamaları nelerdir?

## Yöntem

Bu çalışma nitel bir çalışma olup, verilerin çözümlenmesinde içerik analizi türlerinden frekans ve yüzde analizi tekniği kullanılmıştır. Çalışmanın katılımcılarını Doğu Karadeniz bölgesindeki iki ildeki üç ilk ve ortaokulunda öğrenim gören toplam 245 öğrenci oluşturmaktadır. Aritmetikten cebire geçiş sürecindeki sınıflar özellikle dikkate alınmak suretiyle öğrenciler 3., 4. ve 5. sınıflardan seçilmiştir. Çalışmada basit seçkisiz örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem temsil edici bir örneklemin seçiminin geçerli ve en iyi yolu olarak görülmektedir (Büyüköztürk vd., 2013). Bu yöntem ile seçilen katılımcıların 78'i 3. Sınıf, 72'si 4. Sınıf ve 95'i de 5. Sınıfta öğrenim görmektedir. Bu sınıflardaki öğrencilerin seçilme sebebi aritmetikten cebire geçiş sürecinin ilkokuldan ortaokula geçiş sürecine denk gelmesidir. Bu sayede öğrencilerin eşit işaretine yönelik işlemsel ve ilişkiisel anlamalarının en uygun bu öğrenim seviyede belirlenebileceği düşünülmektedir.

## Veri Toplama Aracı

Çalışma kapsamında veri toplama aracı, Saenz-Ludlow ve Walgamuth (1998), Witherspoon (1999), Knuth vd. (2005) tarafından geliştirilmiş testlerden de yararlanılarak araştırmacılar tarafından oluşturulmuştur. İki kısım olarak hazırlanan veri toplama aracı toplam 17 sorudan oluşmaktadır. Veri toplama aracının ilk kısmı toplam iki sorudan ibaret olup seçenekleriyle birlikte katılımcıların “eşit işareti”nin işlemsel ve ilişkiisel anlamı ile ilgili bilgilerini ortaya çıkarmaya yöneliktir. İkinci kısımda yer alan diğer sorular ise, katılımcıların çoklu temsillerde (sembolik, sözel ifade, görsel ve gerçek yaşam durumları) verilen denklemlerdeki eşit işaretine yönelik anlamalarını belirlemeye yöneliktir. Çoklu temsil soruları aynı zamanda bilinmeyen eşit işaretinin sağında olduğu (sonuç) ve bilinmeyen eşit işaretinin solunda olduğu (başlangıç) soruları da içermektedir. Bölümlere ait örnek sorular bulgularda sunulmuştur. Veri toplama aracında öğrencilere verilen soruları çözmeleri ve ilgili çözümü yapmalarının altında yatan sebepleri yazmaları istenmiştir. Bu sayede öğrencilerin işlemsel, ilişkiisel ve çoklu temsillerde verilen denklemlerdeki eşit işaretine yönelik anlamalarının sadece işlem boyutunda kalmasının önüne geçilmiştir. Bu sayede veri analizi aşamasında oluşturulan kategoriler bu elde edilen nitel veriler sayesinde desteklenmiştir.

Veri toplama aracının geçerliliği için alanda uzman iki öğretim üyesinin görüşlerinden ve pilot çalışmalardan yararlanılmıştır. Alan uzmanlarının görüşlerinden yararlanılarak hazırlanan sorular 25 kişilik bir öğrenci grubuna uygulanmıştır. Uygulamanın ardından öğrencilere sorular ile ilgili olarak anlamakta güçlük çektikleri noktalar olup olmadığı sorularak bazı öğrenciler ile bireysel görüşmeler yapılmıştır. Pilot çalışma sonrasında sorularda açık olmayan ya da farklı algılamalara yol açabilen ifadeler öğrenci görüşleri doğrultusunda düzeltilmiştir.

## Verilerin Analizi

Bu çalışma nitel bir çalışma olup, verilerin çözümlenmesinde içerik analizi türünden frekans ve yüzde analizi tekniği kullanılmıştır. Verilerin analizi eşit işaretinin işlemsel ve ilişkiisel anlamaları ve öğrencilerin çoklu temsillerde eşit işaretine yönelik anlamaları olmak üzere iki kategoriye ayrılmıştır. Eşit işaretinin çoklu temsillerde kullanımı boyutunda, sembolik, sözel ifade, görsel ve gerçek yaşam durumları temsilleri içerisinde verilen eşit işaretine yönelik

öğrencilerin anlamaları belirlenmeye çalışılmıştır. Eşit işaretinin işlemsel ve ilişkisel anlamını ortaya çıkarmaya yönelik sorulan bir soru “ $7 = 7$ ” şeklindedir. Burada öğrencilerden eşit işaretinin ne anlama geldiğini ifade etmeleri istenmiştir. Bu soruda eşit işaretinin sol ve sağ yanındaki sayıların dengede olduğunu ifade edebilen cevaplar ilişkisel kategorisinde toplanmıştır. Bu anlamı ifade edemeyen veya işlem vurgusu yapan cevaplar ise işlemsel kategorisi altında toplanmıştır. Bu anlamların dışında yapılan açıklamalar (örneğin: “bu durum zaten açıktır.”) diğer kategorisine dahil edilmiştir. Diğer bölümde verilen sorulardan biri “ $6+2 = +3$ ” dir. Bu sorudaki kategoriler öğrencilerin kutu içine yazdığı sayıya göre belirlenmiştir. Kutunun içine 5 yazan öğrencilerin cevapları “doğru” kategorisinde değerlendirilmiştir. Bütün sayıların toplayıp kutuya 11 yazılan cevaplar “hepsinin toplamı” kategorisinde toplanmıştır. Kutuya sadece soldaki sayıların toplamı olan 8’in yazıldığı cevaplar “sol toplam” olarak kategorize edilmiştir. Diğer kategorisi ise bu cevapların dışında kalan cevapları içermektedir. Çoklu gösterimlerde oluşturulan kategoriler ise her bir temsildeki doğru ve yanlış cevapları kapsayacak şekilde oluşturulmuştur. Veri analizinde iki araştırmacı tarafından kodlama yapılmış ve uyum yüzdeleri için Miles ve Huberman’ın (1994, s. 64) formülü (Güvenirlilik = görüş birliği / (görüş birliği + görüş ayrılığı)) kullanılmıştır. Bu bağlamda yapılan kodlamalarda genel uyum 0.87 bulunmuş. Uyumsuzluk durumları tekrar tartışılıp fikir birliğine ulaşılmıştır.

## Bulgular ve Yorum

Bu bölümde çalışmanın alt problemleri doğrultusunda, bulgular iki başlık altında ele alınmıştır.

### *Eşit işaretinin işlemsel ve ilişkisel anlamaları ile ilgili öğrencilerin (3-5. Sınıf) sahip oldukları bilgiler*

İlk ve ortaokul düzeyindeki (3, 4 ve 5. Sınıf) öğrencilerin eşit işaretinin işlemsel ve ilişkisel anlamaları ile bilgiler dört seçenekten oluşan ilk kapsamında Tablo 1’de sunulmaktadır.

Tablo 1. Öğrencilerinin Eşit İşaretinin İşlemsel ve İlişkisel Anlamaları İle İlgili Bilgileri

		3		4		5		Toplam	
		f	%	f	%	f	%	f	%
1a. $2+7 = 9$	İşlemsel	71	91	60	83.3	93	97.9	224	91.4
	İlişkisel	1	1.3	0	0	0	0	1	0.4
	Diğer	6	7.7	3	4.2	1	1.1	10	4.1
	Boş	-	-	9	12.5	1	1.1	10	4.1
1b. $7 = 2+5$	İşlemsel	70	89.7	59	81.9	92	96.8	221	90.2
	İlişkisel	1	1.3	0	0	0	0	1	0.4
	Diğer	7	9	2	2.8	1	1.1	10	4.1
	Boş	-	-	11	15.3	2	2.1	13	5.3
1c. $7 = 7$	İşlemsel	68	87.2	57	79.2	90	94.7	215	87.8
	İlişkisel	1	1.3	0	0	0	0	1	0.4
	Diğer	9	11.5	2	2.8	1	1.1	12	4.9
	Boş	-	-	13	18	4	4.2	17	6.9
1d. $4+6+7= \underline{\quad} +10$	İşlemsel	68	87.2	54	75	88	92.6	210	85.7
	İlişkisel	1	1.3	0	0	0	0	1	0.4

	Diğer	7	9	2	2.8	1	1.1	10	4.1
	Boş	2	2.5	16	22.2	6	6.3	24	9.8

Tablo 1’de görüldüğü gibi bütün sınıf düzeylerinde öğrencilerin büyük bir çoğunluğu eşit işaretini işlemsel olarak anlamlandırmaktadır. Öğrenciler bu grupta verilen 4 sorudaki eşit işaretini “işlemin sonucu yani cevabıdır”, “iki sayının toplamını yaparken kullanılır”, “gerçek sayının cevabını gösterir”, “sonucu bulup ortaya çıkarmak içindir” şeklinde tanımlamışlardır. Eşit işareti ile ilgili anlamalara yönelik belirlenen ilk dört soru kapsamında 3. Sınıf öğrencilerinin işlemsel anlama düzeylerinin %87.2 ile %91 arasında değişim gösterdiği belirlenmiştir. 4. Sınıfta ise bu oranın %75’i ile %83.3’ü arasında olduğu görülmektedir. 5. Sınıf öğrencilerinde ise eşit işaretinin işlemsel anlama oranı en yüksek düzeyde olup öğrencilerin %92.6 ile %97.9’u bu yöndeki anlamaya sahiptir. Bununla birlikte 3. Sınıftan yalnızca bir öğrenci ilişkisel anlamı nitelendirecek biçimde denge unsuru olarak sorulara cevap verebilmiştir. 4. ve 5. sınıf öğrencileri arasında eşit işaretinin ilişkisel anlam bilgisine sahip olan öğrenci ise bulunmamaktadır.

*Tablo 2. Öğrencilerin Eşit İşarete Yönelik Anlamaları*

		3		4		5		Toplam	
		f	%	f	%	f	%	f	%
2a. $6+2 = \_ +3$	Doğru	57	73.1	36	50	69	72.6	162	66.1
	HepsininToplamı	3	3.8	2	2.8	2	2.1	7	2.9
	Sol Toplam	12	15.4	26	36.1	19	20	57	23.3
	Diğer	5	6.4	6	8.3	2	2.1	13	5.3
	Boş	1	1.3	2	2.8	3	3.2	6	2.4
2b. $5+7 = \_ + 5$	Doğru	48	61.5	37	51.4	59	62.1	144	58.8
	HepsininToplamı	6	7.7	2	2.8	4	4.2	12	4.9
	Sol Toplam	12	15.4	26	36.1	20	21.1	58	23.7
	Diğer	9	11.5	5	6.9	8	8.4	22	9
	Büyük olan sayıların toplamı	2	2.6	-	-	-	-	2	0.8
Boş	1	1.3	2	2.8	4	4.2	7	2.9	
2c. $18+\_ = 1+ 21$	Doğru	36	46.2	29	40.3	59	62.1	124	50.6
	HepsininToplamı	2	2.6	1	1.4	3	3.2	6	2.4
	SağToplam	3	3.8	3	4.2	3	3.2	9	3.7
	Diğer	19	24.4	20	27.8	17	17.9	56	22.9
	Büyük olan sayılar	13	16.7	14	19.4	7	7.3	34	13.9
Boş	5	6.3	5	6.9	6	6.3	16	6.5	
2d. $\_ + \_ = 12$	Doğru	69	89.5	62	86.1	85	89.5	216	88.2
	Yanlış	8	10.3	5	6.9	6	6.3	19	7.8
	Boş	1	1.2	5	6.9	4	4.2	10	4
2e. $12 = \_ + \_$	Doğru	54	69.2	53	73.6	75	78.9	182	74.3
	Yanlış	21	26.9	10	13.9	14	14.7	45	18.4
	Boş	3	3.9	9	12.5	6	6.3	18	7.3



Bu grupta verilen sorular incelendiğinde öğrencilerin çoğunluğunun sorulara doğru cevap verdiği görülmektedir. Soruların ilk ikisinde (2a. ve 2b.), doğru cevap yüzdeleri sırasıyla %66.1 ve %58.8 şeklindedir. Öğrencilerin diğer cevaplarına göre dikkat çekici bir oranda (3. sınıfta %15.4; 4. sınıfta %36.1; 5. sınıfta %20) sadece eşitliğin sol tarafındaki sayıları dikkate alıp bunların toplamını verilen kutucuğa “ $6+2=8+3$ ” ve “ $5+7=12+5$ ” şeklinde yazdıkları gözlemlenmiştir. Bu iki soruda öğrencilerin yaptığı yanlışlardan biri de kutucuklara “ $6+2=11+3$ ” ve “ $5+7=17+5$ ” şeklinde bütün sayıların toplamını yazmaları olmuştur. Her iki soru içinde sınıflar karşılaştırıldığında 4. sınıf öğrencilerinin eşit işaretini anlamlandırmada en çok zorlananlar olduğu görülmektedir. Tablodaki 2c. sorusunu toplamda öğrencilerin %50.6’sı doğru cevaplandırmıştır. 3. sınıf öğrencilerinden %46.2’si doğru cevap verebilirken, 4. sınıfta bu sonuç %40.3 olup, %62.1 ile bu soruya en çok doğru verenler 5. sınıf öğrencileri olmuştur. 2c. “ $18+ \quad = 1+ 21$ ” sorusunda karşılaşılan hatalarda “ $18+ 40 = 1+21$ ” şeklinde bütün sayıların toplamının kutucuğa yazılması ve “ $18+ 22 = 1+21$ ” şeklinde eşitliğin sağ tarafındaki sayıların toplamının kutuya yazılması olduğu görülmüştür. Bu denklemde en büyük sayı olan 21’e ulaşabilmek için 18’e 3 sayısını ilave eden öğrencileri 3. sınıftaki öğrencilerin %16.7’sini, 4. sınıftaki öğrencilerin %19.4’ünü, 5. sınıftaki öğrencilerin %7.4’ünü oluşturmaktadır. Bu soru grubunda öğrencilerin en yüksek doğru cevaplama yüzdelerini %88.2 ve %74.3 ile sırasıyla 2d. ve 2e. soruları oluşturmaktadır. Bu iki soruyu öğrencilerin en çok “ $6+6=12$ ” ve “ $12=6+6$ ” şeklinde kutucuklara eşit değer vererek cevapladıkları görülmüştür. 2d. ve 2e. denklemdeki doğru cevaplar karşılaştırıldığında her sınıf düzeyinde 2e. sorusuna verilen doğru cevap sayılarının daha düşük olduğu görülmektedir. 2d. sorusunda iki bilinmeyen değer toplanarak bir sonuç elde edilmektedir. Bu durum sorunun cevaplanmasını kolaylaştırmış olabilir. Buna ek olarak bazı öğrenciler bu iki soruyu “ $11+1=12$ ”, “ $12=11+1$ ” ya da “ $7+5=12$ ”, “ $12=7+5$ ” şeklinde kutucuklara farklı değerler vererek eşitliğin denge anlamını sağladıkları görülmektedir. Buna rağmen bazı öğrenciler de eşit işaretinin sadece işlemsel olarak anlamlandırıp sırasıyla %7,8 ve %18,4 olmak üzere “ $12+12=12$ ” “ $12=12+12$ ”, “ $12=5+17$ ”, “ $12=12+24$ ”, “ $12=3+15$ ” şeklinde yanlış olarak cevaplandırmışlardır. Öğrenciler diğer sorularda da eşit işaretini farklı anlamlandırarak yanlış cevaplar vermektedir. Öğrencilerin eşit işaretinin eşit işaretini “denge” anlamına gelen ilişkisel anlamının ötesinde “eder” anlamını yükledikleri görülmüştür.

### *Çoklu temsil ifadelerinde öğrencilerin eşit işaretine yönelik anlamaları*

Bu bölümde çoklu temsillerdeki (sembolik, görsel, sözel ve gerçek yaşam durumu) ifadelerde katılımcıların eşit işaretine yönelik anlamaları irdelenmiştir. Öğrencilerin sembolik temsil içeren sorularına verdikleri cevaplar Tablo III.’de yer almaktadır.

Tablo 3. Sembolik Temsil Sorularında Öğrencilerin Eşit İşaretine Yönelik Anlamaları

		3		4		5		Toplam	
		f	%	f	%	f	%	f	%
Sembolik - Sonuç	Doğru	67	85.9	62	86.1	85	89.5	214	87.3
	Yanlış	8	10.3	5	6.9	7	7.4	20	8.2
	Boş	3	3.8	5	6.9	3	3.1	11	4.5
Sembolik Başlangıç	- Doğru	67	85.9	69	95.8	85	89.5	221	90.2
	Yanlış	9	11.5	2	2.8	8	8.4	19	7.8
	Boş	2	2.6	1	1.4	2	2.1	5	2

Sembolik temsilde hazırlanan sorular da sonucu ve başlangıcı bilinmeyen olarak gruplandırılmış olup “ $4+7+6 = \underline{\quad}$  işleminin sonucu kaçtır?” sonucu bilinmeyen ve “ $5+\underline{\quad} = 12$  işleminde boşluğa hangi sayı gelmelidir?” ise başlangıcı bilinmeyen kapsamında ele alınmıştır. Öğrenciler sembolik – sonuç ve sembolik –başlangıç tipindeki sorulara sırasıyla “87.3 ve % 90.2 oranında doğru cevap vermişlerdir. Tabloda görüldüğü üzere 3. sınıftaki öğrencilerden %85.9’u ve 5. sınıftaki öğrencilerden %89.5’i her iki soruya aynı oranda doğru cevap vermişlerdir. 4. sınıftaki öğrencilerde bu oranda bir farklılaşma olduğu görülmektedir. 4. Sınıf öğrencilerinden sonucu bilinmeyen sayılar formatındaki soruya doğru cevap verenlerin sayısı 62 (%86.1) iken, başlangıcı bilinmeyen sayılar formatındaki soruya doğru cevap veren öğrencilerin sayısı 69 (%95.8)’a çıkmıştır. Sınıflar arası yüzelere bakıldığında ise, sonucu bilinmeyen sayılar formatındaki soruya en yüksek oranla cevap veren öğrenciler (%89.5) 5. sınıf öğrencileri olurken, başlangıcı bilinmeyen sayılar formatındaki soruya en yüksek oranla cevap veren öğrenciler 4. sınıf öğrencileridir. Sembolik temsillerle sunulan sorulardaki bu yüksek başarı oranının öğrencilere ilkokulun ilk yıllarından itibaren eşit işaretinin bu formatlarda yoğun bir şekilde sunulmasıyla ilişkili olabileceği öngörülmektedir. Eşitlik ifadesini içeren Sözel temsil formatındaki sorulara öğrencilerin verdikleri cevaplar Tablo 4’te gösterilmiştir.

Tablo 4. *Sözel Temsil İçeren Sorularda Öğrencilerin Eşit İşaretine Yönelik Anlamaları*

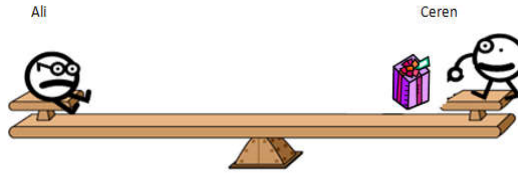
			3		4		5		Toplam	
			f	%	f	%	f	%	f	%
Sözel Sonuç	Temsil-	Doğru	54	69.2	50	69.4	65	68.4	169	69
		Yanlış	14	18	9	12.5	16	16.8	39	15.9
		Boş	10	12.8	13	18.1	14	14.8	37	15.1
Sözel Başlangıç	Temsil-	Doğru	47	60.3	48	66.7	60	63.2	155	63.3
		Yanlış	23	29.5	12	16.7	26	27.4	61	24.9
		Boş	8	10.2	12	16.7	9	9.4	29	11.8

Sözel olarak temsil edilen sorular da, sonucu bilinmeyen ve başlangıcı bilinmeyen olarak iki alt gruba ayrılıp bu sorular “3 ile 8’in toplamından 6’yı çıkardığımızda sonuç kaç olur?” ve “24’ten 6 çıkarıp hangi sayıyı eklersek sonuç 28 olur?” şeklindedir. Öğrenciler sözel temsil-sonuç ve sözel temsil-başlangıç sorularına sırasıyla %69 ve %63.3 oranında doğru cevaplamışlardır. 3. sınıf öğrencilerinin %69.2’si sonucu bilinmeyen sözel temsil sorusuna doğru cevap verirken, bu oran başlangıcı bilinmeyen sözel sorusunda %60.3’e düşmektedir. Benzer şekilde 4. Sınıf öğrencilerinde sonucu bilinmeyen sözel sorusundaki doğru cevap verme yüzdesi %69.4 iken, bu oran başlangıcı bilinmeyen sözel sorusunda %66.7’ye düşmüştür. Bu düşüş 5. Sınıf öğrencilerinde de benzer şekilde gözlemlenmiş, sırasıyla sonucu ve başlangıcı bilinmeyen sözel eşitlik sorularına doğru cevap veren öğrencilerin yüzdesi %68.4 ve %63.2 şeklinde olduğu tespit edilmiştir. Her sınıf grubunda da (3., 4. ve 5. sınıf) öğrencilerin sözel temsil sorularında başlangıcı bilinmeyen sorudan ziyade sonucu bilinmeyen soruları daha kolay çözmektedirler. Görsel temsil formatındaki sorulara öğrencilerin verdikleri cevaplar ise Tablo 5’teki gibidir.

**Tablo 5. Görsel Temsil Formatındaki Öğrencilerin Eşit İşaretine Yönelik Anlamaları**

		3		4		5		Toplam	
		f	%	f	%	f	%	f	%
Görsel - Sonuç	Doğru	50	64.1	36	50	69	72.6	155	63.3
	Yanlış	26	33.3	34	47.2	22	23.2	82	33.5
	Boş	2	2.6	2	2.8	4	4.2	8	3.2
Görsel - Başlangıç	Doğru	53	67.9	41	56.9	75	78.9	169	69
	Yanlış	24	30.8	30	41.7	15	15.8	69	28.2
	Boş	1	1.3	1	1.4	5	5.3	7	2.8

Görsel temsil formatındaki sorularda, sonucu bilinmeyen ve başlangıcı bilinmeyen olarak iki alt gruba ayrılıp bu sorulardan sonucu bilinmeyen soru aşağıdaki gibidir.



Ali'nin ağırlığı 30kg, Ceren'in ağırlığı ise 28 kg'dır. Ceren, Ali'ye aldığı hediye paketini elinde tutmaktadır. Tahterevallli bu halde dengede ise hediye paketinin ağırlığı kaç kg'dır?

Öğrenciler görsel (resim) - sonuç ve görsel (resim) -başlangıç sorularına sırasıyla % 63.3 ve % 69 oranında doğru cevaplamışlardır. Gerçek yaşam durumlarını içeren problemler için bütün sınıflarda başlangıcı bilinmeyen soruya doğru cevap veren öğrencilerin yüzdesi, sonucu bilinmeyen soruya verilen doğru cevap yüzdesinden fazladır. Bu bölümde her iki alt grupta da (başlangıcı bilinmeyen-sonucu bilinmeyen) en fazla doğru cevap verme yüzdesi 5. sınıftaki öğrencilere aittir. 3. sınıftaki öğrenciler bu bölümde ikinci sırada yer alırken, 4. sınıf öğrencileri verdikleri doğru cevap verme yüzdesi ile en son sırada bulunmaktadır. Bu noktada öğrencilerin eşit işaretinin görsel temsil formatında anlamalarının diğer temsillere göre daha düşük düzeyde kaldığı görülmektedir. Bu durum ilk/ortaokul matematiğinde eşit sembolünün görsel temsillerle kullanımının diğer temsil türlerine göre daha az olduğundan kaynaklanabilir.

Gerçek yaşam durumu temsil formatındaki sorulara öğrencilerin verdikleri cevaplar ise Tablo 6'daki gibidir.

**Tablo 6. Gerçek Yaşam Durumu Temsil Formatındaki Sorularda Öğrencilerin Eşit İşaretine Yönelik Anlamaları**

		3		4		5		Toplam	
		f	%	f	%	f	%	f	%
Sözel - Sonuç	Doğru	52	66.7	42	58.3	77	81.1	171	69.8
	Yanlış	24	30.7	27	37.5	13	13.7	64	26.1
	Boş	2	2.6	3	4.2	5	5.2	10	4.1
Sözel - Başlangıç	Doğru	61	78.2	51	70.8	75	78.9	187	76.3
	Yanlış	15	19.2	19	26.4	14	14.7	48	19.6

---

Boş	2	2.6	2	2.8	6	6.3	10	4.1
-----	---	-----	---	-----	---	-----	----	-----

---

Sözel problem türünde hazırlanan soruların sonucu bilinmeyen ve başlangıcı bilinmeyen olmak üzere iki farklı tipte soru oluşturmaktadır. Bu gruptaki soruları “15 fındığım vardı. Annem bir miktar fındık verince toplam 28 tane fındığım oldu. Acaba annem bana kaç tane fındık verdi?” ve “Bir miktar bilyem vardı. 9 tanesini kardeşime verdim, 18 tane bilyem kaldı. Başlangıçta kaç bilyem kaldı?” şeklinde sorular oluşturmaktadır. Sözel problem türünde sonucu bilinmeyen ve başlangıcı bilinmeyen soruları öğrenciler sırasıyla %69.8 ve %76.3 şeklinde doğru cevaplamışlardır. 3. ve 4. sınıflardaki başlangıcı bilinmeyen soruda doğru cevap veren öğrencilerin sayısı, sonucu bilinmeyen soruda doğru cevap veren öğrenci sayısından fazladır. 5. sınıftaki öğrenciler ise sonucu bilinmeyen sözel formatındaki soruya, başlangıcı bilinmeyen sözel problem formatındaki sorudan daha yüksek yüzde ile doğru cevap vermişlerdir. 5. sınıf öğrencileri, diğer sınıflardaki öğrencilere göre %81.1 (sonuç) ve %78.9 (başlangıç) ile bu sorulara en yüksek yüzde ile doğru cevap verenlerdir.

### Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Eşit işareti matematik eğitiminde en yoğun olarak kullanılan sembollerin başında gelmektedir. Öğrenciler matematikle ilk karşılaşmalarından itibaren eşit işaretini farklı konularda kullanmaktadırlar. Burada işlemsel veya ilişkisel temelli oluşan düşüncelerinin öğrencilerin ilerideki matematiksel gelişimlerine de etkisi söz konusudur. Bu durumu özellikle cebir öğrenme alanı açısından değerlendiren ve cebir açısından önemine vurgu yapan Kieran (2004) eşit işaretinin ilişkisel anlamının cebirin temelini oluşturduğu ifade etmektedir. İlk ve ortaokul öğrencilerinin eşit işaretinin işlemsel ve ilişkisel anlamlarını ve denklem çözümlerinde eşit işarete yönelik anlamalarını ortaya çıkarmak amacıyla yapılan bu çalışma sonucunda, araştırmaya katılan öğrencilerden çoğunun eşit işaretini ilişki ifade eden bir sembol olarak değil, sınırlı bir bakış açısıyla yalnızca bir işlem sembolü olarak gördükleri ortaya konmuştur. Bu sonuç eşit işareti ile ilgili yapılan araştırmalarla (Behr vd., 1980; Falkner vd., 1999; Carpenter vd., 2000; Levi, 2000) tutarlılık göstermektedir.

Çalışma kapsamında ulaşılan diğer bir sonuç da, öğrencilerin eşit işaretini bir işlemin sonucu olarak görmeleridir. Öğrenciler için eşit işaretinden önce 2 veya daha fazla sayı ve bir işlem, eşit işaretinden sonra da bir sayı gelmektedir. Bu şekilde düşündüklerinden  $a+b= \square+c$  biçimindeki ifadelerde  $\square$  yerine a ile b'nin toplamını ya da a, b ve c'nin toplamını yazmışlardır. Bu duruma benzer sonuçlar Doğan-Temur ve Sancak (2012)'in yapmış oldukları çalışmada da görülmektedir. Bu çalışmada benzer tarz sorularda öğrencilerin eşit işarete ait işlemsel ilişkiyi görmede zorlandıkları şeklinde bir vurgu yapıldığı görülmektedir.

Denklemlerdeki bilinmeyen bulunurken eşit işarete yönelik eksik anlamalardan (hatalı bilgi) bazıları;

- Bilinmeyen sayı yerine tüm sayıları toplayıp yazma,
- Eşit işaretinin sadece sağ veya sol tarafındaki sayıları toplayıp yazma
- Denklemden bulunan en büyük sayının toplamını verecek sayıları yazma

şeklinde olduğu görülmüştür. Araştırmanın sonucunda gözlemlenen eşit işarete yönelik hatalı bilgilerin ortaya çıkmasında iki etken bulunmaktadır. Bunlardan ilki eşit işaretinin yeri ikincisi ise denklemdeki bilinmeyen bulduğu yerdir.

Bilinmeyen sayının eşit işaretinin sağ tarafta olması (sol taraftan ziyade) öğrencileri en çok zorlayan durumlardan birisidir. Bir diğer durum ise, bilinmeyene eşitliğin diğer tarafındaki en büyük sayıyı oluşturacak şekilde değer vermeleridir.

Çoklu temsillerdeki (sembolik, sözel ifade, görsel ve gerçek yaşam durumları) ifadelerde eşit işarete yönelik anlamalarına ilişkin elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin sembolik temsil içeren sorularda nispeten daha başarılı oldukları belirlenmiştir. İlkokulun ilk yıllarından itibaren eşit işaretinin öğrencilere sıklıkla sembolik olarak sunulması bu sonucun en önemli nedenleri arasında yer almaktadır. Bu noktada öğrencilerin eşit işaretinin diğer temsil türlerindeki anlamalarının birbirine yakın olduğu görülmekle birlikte en düşük performansı görsel temsil türündeki sorularda göstermişlerdir. Bu sonuca paralel bir şekilde 3, 4, 5 ve 6. sınıflardaki öğrencilerle yapmış olduğu çalışmada Alexandrou-Leonidou ve Philippou (2007) öğrencilerin eşit işaretinin özellikle görsel formatlardaki sorulardaki başarı düzeylerinin diğer türlere göre daha düşük kaldığı tespit etmişlerdir. Bu durumun nedenlerini özellikle eşit işaretinin öğrencilere kazandırılması sürecinde görsel temsil kullanımının diğer temsil türlerine göre daha az tercih edilmesinde aramak mümkündür. Çoklu temsilleri içeren soruların geneline bakıldığında ise öğrencilerin sonuç bilinmeyen ve başlangıcı bilinmeyen içeren soruları çözümedeki başarıları arasında çok büyük farklılıkların olmadığı görülmektedir.

Sonuç olarak çalışma kapsamında elde edilen veriler birlikte ele alındığında 3., 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin eşit işarete yönelik olarak ilişkisel düşünmeyi tam olarak geliştirdiklerini söylemek zordur. Bu süreçte ders materyallerinin de katkısının olduğu bir gerçektir. Bu düşünceyi destekler nitelikte Yavuzsoy-Köse ve Tanışlı (2011)'nın yapmış oldukları çalışmada inceledikleri 1-5. Sınıf matematik ders ve öğrenci çalışma kitaplarında eşit işaretinin ağırlıkla işlemler-eşitlik-yanıt biçiminde kullanıldığı ve bu içeriklerde eşit işaretinin ilişkisel anlamını vurgulayıcı örneklerin istenilen düzeyde olmadığı belirlenmiştir. Bu durumun öğrencilerin eşit işarete yönelik ilişkisel düşünme becerilerinin istenen düzeyde desteklenememesine neden olabileceği belirtilmiştir.

Eşit işareti kullanımı aritmetik ve cebir arasındaki önemli farklardan biri olduğundan bu işaretin ilişkisel anlam bilgisine sahip olmayan öğrencilerde aritmetikten cebire geçiş sürecinde sıkıntılar yaşanmaktadır. Aynı zamanda bu durum öğrencilerin ileride matematiksel konuları öğrenmelerindeki en önemli engellerden birini oluşturabilmektedir. Bu sebeple eşit işaretinin hem işlemsel hem de ilişkisel anlamlarının üzerinde durularak öğrencilerin eşit işarete yönelik anlamalarının geliştirilmesinin oldukça önemli düşünülmektedir. Bu konunun öğretiminde çoklu temsillerin ve farklı problem türlerinin işe koşturulması da bu bağlamda dikkate alınmalı ve önemsenmelidir. Çoklu temsillerde sunulacak denklemlerin çözümlerinde eşit işareti kullanımına yönelik öğrenme ortamlarının oluşturulmasıyla, bu süreçte öğrencilerin yaşayabilecekleri olası zorlukların azaltılabileceği ön görülmektedir.

## Kaynakça

- Alexandrou-Leonidou, V. and Philippou, G. (2007). Elementary school students' understanding and use of the equal sign. In: Pitta-Pantazi, D. and Philippou, G. (Eds.): *CERME-5 Proceedings*. Larnaca, Cyprus, 825-834.
- Alibali, M. W., Knuth, E. J., Hattikudur, S., Mcneil, N.M. & Stephens, A.C. (2007). A longitudinal look at middle-school students' understanding of the equal sign and equivalent equations. *Mathematical Thinking and Learning*, 9, 221-247.
- Arzarello, F., Bazzini, L., & Chiappini, G. (1993). Cognitive processes in algebraic thinking: Towards a theoretical framework. In I. Hirabayashi, N. Nohda, K. Shigematsu, and F. L. Lin (Eds.), *Proceedings of 17th International Conference on 37 the Psychology of Mathematics Education*, (vol.1, pp. 138-145). Tokio (Japan).
- Behr, M., Erlwanger, S. & Nichols, E. (1980), 'How children view the equals sign?'. *Mathematics Teaching*, 92, 13-15.
- Boulton-Lewis, G., Cooper, T. J., Atweh, B., Pillay, H., & Wills, L. (1998). Arithmetic, pre-algebra and algebra: A model of transition. In C. Kanas, M. Goos, & E. Warren (Eds.), *Teaching mathematics in new times* (Proceedings of the 21st annual conference of the Mathematics Research Group of Australasia) (pp. 114- 120). Gold Coast: MERGA.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., Demirel, F. (2013). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Cajori, F. (1993). *A history of mathematical notations*. New York: Dover Publications.
- Carpenter, T. P. & Levi, L. (2000). *Developing conceptions of algebraic reasoning in the primary grades*. National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science: University of Wisconsin-Madison.
- Carpenter, T.P., Levi, L. & Farnsworth, V. (2000). *Building a foundation for learning algebra in the elementary grades*. National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science: University of Wisconsin-Madison.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Portsmouth: Heinemann.
- Cooper, T.J. & Baturo, A. R. (1992). Algebra in the primary school: Extending arithmetic, in A. R. Baturo and T. J. Cooper (eds.), *New Directions in algebra education*, Centre for Mathematics and Science Education, Brisbane, Australia.
- Doğan-Temur, Ö. ve Sancak, G. (2012). Dördüncü sınıf öğrencilerinin eşit işaretini nasıl algıladıklarının incelenmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 194, 240-252.
- Driscoll, M. (1999). *Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers, Grades 6-10*. Heinemann, 361 Hanover Street, Portsmouth, NH 03801-3912.
- Falkner, K.P., Levi, L. & Carpenter, T.P. (1999). Children's understanding of equality: A foundation for algebra. *Teaching Children Mathematics*, 6 (4), 232-6
- Goldin, G. A., & Janvier, C. (1998). Representations and the psychology of mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 1-4
- Güleryüz, H. (2001). *En Son Değişikliklerle İlköğretim Okulu Programı*. Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Hersovics, N. ve Linchevski, L. (1994). A Cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27(1), 59-78.

- Janvier, C. (1987). Representation system and mathematics. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representations in the Learning and Teaching of Mathematics*, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 12(3), 317-326.
- Kieran, C., (1992). The Learning and Teaching of School Algebra. In D.A. Grouws (Eds.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 390-419. New York: Macmillan.
- Kieran C. (2004), The Equation / Inequality Connection in Constructing Meaning for Inequality Situations, *Psychology of Mathematics Education*, Vol.1, pp: 143-147
- Knuth, E. J., Alibali, M. W., McNeil, N. M., Weinberg, A., & Stephens, A. S. (2005). Middle School Students' Understanding of Core Algebraic Concepts: Equality & Variable. *International Reviews on Mathematical Education*, 37, 68-76.
- Knuth, E., J., Stephens, A. C., McNeil, N., M. ve Alibali, M., W., (2006). Does Understanding the Equal Sign Matter? Evidence from Solving Equations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37, 297-312.
- Knuth, E., J., Alibali, M., W., Hattikudur, S., McNeil, N., M. ve Stephens, A., C., (2008). The Importance of Equal Sign Understanding in the Middle Grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13, 514-519.
- Linchevski, L. (1995). Algebra with numbers and arithmetic with letters: A definition of pre-algebra. *The Journal of Mathematical Behavior*, 14(1), 113-120.
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *An Expanded Sourcebook Qualitative Data Analysis*. United States of America: Sage Publications.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013). Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı. Ankara: MEB Basımevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2015). İlkokul Matematik Dersi (1, 2, 3 ve 4. Sınıflar) Öğretim Programı. Ankara: MEB Basımevi.
- Molina, M. & Ambrose, R. (2008). From an Operational to Relational Conception of Equal Sign. Third Graders' Developing Algebraic Thinking. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 30(1), 61-80.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Saenz-Ludlow, A. & Walgamuth, C. (1998). Third Graders' Interpretations of Equality and Equal Symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 35(2), 153-187.
- Stallings, L. (2000). A Brief History of Algebraic Notation. *School, Science and Mathematics*, 100(5), 230.
- Usiskin, Z. (1998). Conceptions of school algebra and uses of variables. In A. F. Coxford, (Ed). *The Ideas of Algebra, K-12* (pp. 8-19). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Van Amerom, B. A. (2002). *Reinvention of early algebra: Developmental research on the transition from arithmetic to algebra*. Unpublished doctoral dissertation, University of Utrecht, The Netherlands.

- Verschaffel, L., & De Corte, E. (1996). Number and arithmetic. In *International handbook of mathematics education* (pp. 99-137). Springer, Dordrecht.
- Witherspoon, M. L. (1999). 'And the answer is ... symbolic literacy (accurate interpretation of mathematical or numerical symbols!)'. *Teaching Children Mathematics*, 5(7), 396-399.
- Yaman, H., Toluk, Z. & Olkun, S. (2003). İlköğretim öğrencileri eşit işaretini nasıl algılamaktadır?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 24, 142-151.
- Yavuz, B. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin eşit ve eşitsizlik işaretleri hakkındaki düşünceleri ve arasındaki ilişki*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi/Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Yavuzsoy-Köse, N. ve Tanışlı, D. (2011). İlköğretim matematik ders kitaplarında eşit işareti ve ilişkişel düşünme. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*. 5 (2), 251-277.